

必要条件・十分条件を深める

1

Hさん：必要条件，十分条件って，難しいわね。

Tくん：うん。内容も難しいし，枠の中に必要，十分，必要十分を入れる問題を解いても，「それで？」ってなる。

Hさん：確かに。

Tくん：何で必要条件，十分条件を勉強するのかな？

Hさん：そういえば，，，何でかしら？先生に聞いてみましょうか。その前に，基本事項を確認しておきましょう。

問題 次の枠を埋めてみよう。

解答

2つの条件 p , q について，

・命題「 $p \Rightarrow q$ 」が真であるとき， q は p であるための 条件

p は q であるための 条件

・命題「 $p \Rightarrow q$ 」と「 $q \Rightarrow p$ 」がともに真であるとき，

q は p であるための 条件

p は q であるための 条件であるともいえる。

・命題「 $x=1 \Rightarrow x^2-1=0$ 」は真である。このとき， $x=1$ は $x^2-1=0$ であるための 条件であるが 条件ではない。

2

Hさん：先生，必要条件・十分条件って，なぜ勉強するのですか？

Tくん：自分はまだ完璧には判別できないのですが，正確に答えられるようになったとして，何になるのかな～って思います。

先生：ふむふむ。確かにそう思うよな。

大学の数学の教科書には，必要条件，十分条件は何度も出てきて，普通に使われているんだ。そんなこともあって，先生自身は勉強するのが当たり前という感じだったけど，そういえば「なぜ勉強するのか？」という話はしてないな。。。

問題 次の枠を埋めてみよう。

また，枠を埋めた後，なぜ必要条件，十分条件を勉強するのかについて話し合ってみよう。

※3の問題文が解答例にもなっているので，3は十分話し合った後に取り組みましょう。

解答

先生：逆から考えてみようか。「 p は q であるための必要条件であるが十分条件ではない」というとき，次の枠は真，偽のどちらが入るだろうか？

Hさん，Tくん：命題「 $p \Rightarrow q$ 」は ，

命題「 $q \Rightarrow p$ 」は

先生：質問の核心部分は，「なぜこういう言い換えをするのか？」ってところだろうね。

例えば，三角形が「二等辺三角形である」ことは「正三角形である」ための 条件であるが 条件ではない。このことを命題の真偽に言い換えるとどうなる？

Hさん，Tくん：命題「二等辺三角形である \Rightarrow 正三角形である」は ，

命題「正三角形である \Rightarrow 二等辺三角形である」は

先生：反対にしてみよう。ここが頑張りどころだ！

三角形が「正三角形である」ことは，「二等辺三角形である」ための 条件であるが 条件ではない。このことを命題の真偽に言い換えると？

Hさん，Tくん：命題「正三角形である \Rightarrow 二等辺三角形である」は ，

命題「二等辺三角形である \Rightarrow 正三角形である」は

～枠を埋め終わったら，なぜ必要条件，十分条件を勉強するのか？について，話し合ってみよう～

3

先生：2から、何か気付いたことはないかい？

Tくん：正三角形は、二等辺三角形に十分な条件、

二等辺三角形は、正三角形に必要な条件、、、？

Hさん：私も、それ思った！ 必要とか十分はただの記号のように思ってたけど、さっきの話を聞いたら日本語の必要、十分とつながりました！

先生：それが分かってくれてうれしいよ。

数学的には必要十分条件であることを調べることが大事なので、「これだけでは必要条件というだけであって、まだ十分条件ではない」ということが大学の教科書には頻繁に出てくるんだ。

この条件はあの条件であるための必要条件か？ 十分条件か？ という感覚はこの先非常に大切になってくる。数学Iではその準備運動ってところだな。

Tくん：なぜ勉強するのか、何となく分かりました。

Hさん：私もです。重要な概念ということが理解できましたので、頑張ってマスターしようと思います！

先生：他にも、次のような1つの条件と複数の条件を調べる時、必要条件、十分条件は便利だ。

問題 次の枠を埋めてみよう。

解答

- ・四角形が「正方形である」ことは、「平行四辺形、長方形、ひし形である」ための 条件であるが 条件ではない。
- ・四角形が「平行四辺形である」ことは、「ひし形、長方形、正方形である」ための 条件であるが 条件ではない。