Math-Aquarium【実力テスト（余白なし）】数学ⅠAⅡBC 実力テスト（応用：最大・最小特集）
出題範囲：2 次関数，確率，式と証明（整数問題），指数関数・対数関数，ベクトル

1 関数 $y=-(x^2+2x)^2+2(x^2+2x)$について，次の問いに答えよ。
（(1)7 点，(2)13 点，計 20 点）

(1) $t=x^2+2x$ とするとき，t のとり得る値の範囲を求めよ。

(2) y の最大値と，そのときの x の値を求めよ。

2 表，裏が等確率で出る硬貨が十分多く用意されているとする。n 枚の硬貨を投げて表がちょうど 2 枚出るときの確率を p_n とするとき，次の問いに答えよ。ただし，n は 2 以上の自然数とする。（(1)7 点，(2)13 点，計 20 点）

(1) $\dfrac{p_{n+1}}{p_n}<1$ となるnの最小値を求めよ。

(2) 表がちょうど 2 枚出る確率が最大となる n と，そのときの確率を求めよ。

3 自然数x，y，zが$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{3}{4}$，$x>y>z$を満たすとき，$x+y+z$ が最小となる x, y, z を求めよ。（20 点）

M さん：何からすればよいのやら…
A さん：取っ掛かりがないね。。とりあえず，x，y，z に適当な数を代入してみようか。
M さん：$x>y>z$ だから，$(x,\ y,\ z)=(3,\ 2,\ 1)$を代入すると

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{2+3+6}{6}=\frac{11}{6}$$

これだと$\dfrac{3}{4}$を超えるから，$(x,\ y,\ z)=(6,\ 5,\ 4)$

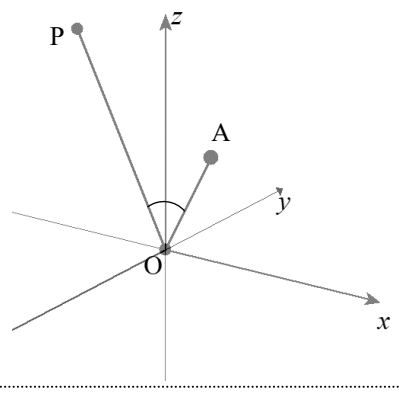
を代入すると　$\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{10+12+15}{60}=\dfrac{37}{60}$

これだと$\dfrac{3}{4}$より小さくなる。。

A さん：$x>y>z$のとき$\dfrac{1}{x}<\dfrac{1}{y}<\dfrac{1}{z}$だから，

$\dfrac{1}{z}$が大きすぎても小さすぎてもダメな気がする。

M さん：まずは$\dfrac{1}{z}$の範囲を考えてみましょうか！

4 関数 $y=3^{2x}+3^{-2x}-4(3^x+3^{-x})$について，$3^x+3^{-x}=t$ とおくとき，y を t を用いて表せ。また，y の最小値とそのときの x の値を求めよ。（20 点）

5 原点 O(0，0，0)，
定点 A(1，0，2)，
動点 P(2t，t+1，−t+3)
がある。
∠AOP の大きさが最小となるときの実数 t の値を求めよ。（20 点）