Math-Aquarium【実力テスト】数学ⅡBC 実力テスト（標準）
出題範囲：式と証明，複素数と方程式，図形と方程式，三角関数，数列

1 次の問いに答えよ。 ((1), (2) 各 8 点, 計 16 点)

(1) 次の等式が x についての恒等式であるとき，定数 a，b，c の値を求めよ。

$$x^3+5=4+a(x+b)+c(x+1)(x-2)+(x+1)(x-2)(x+3)$$

(2) $a>0$，$b>0$ のとき，不等式$(4a+9b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\geqq 25$ を証明せよ。また，等号が成り立つのはどのようなときか。

2 次の問いに答えよ。 ((1), (2) 各 8 点, 計 16 点)

(1) 2 次方程式 $x^2+2x+3=0$ の 2 つの解を α，β とするとき，$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}$ の値を求めよ。

(2) 整式 $P(x)$を $x-1$ で割ると余りは 5，$x-2$ で割ると余りは 7 となる。このとき，$P(x)$を x^2-3x+2 で割ったときの余りを求めよ。

3 次の問いに答えよ。
（(1) 小問各 5 点，(2)，(3) 各 8 点，計 26 点）

(1) 2 点 A(−1，2)，B(7，6)を結ぶ線分 AB について，次の点の座標を求めよ。
① 3：1 に内分する点 C　② 3：1 に外分する点 D

(2) 点(1，−2)を中心とし，原点 O(0，0)を通る円の方程式を求めよ。

(3) 2 点 A(−3，0)，B(2，0)について，AP：BP＝2：3 を満たす点 P の軌跡を求めよ。

4 次の問いに答えよ。　（(1)〜(3) 各 7 点，計 21 点）

α は第 2 象限の角，β は第 1 象限の角で，

$$\sin\alpha=\frac{3}{5},\quad \cos\beta=\frac{5}{13}$$

のとき，次の値を求めよ。

(1) $\sin(\alpha-\beta)$　(2) $\tan(\alpha+\beta)$　(3) $\cos 2\alpha$

5 次の問いに答えよ。((1) 小問各 6 点，(2) 9 点，計 21 点)

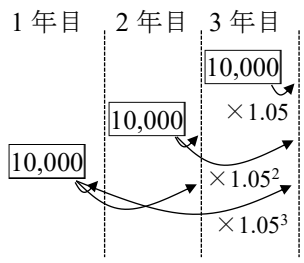
M さん：今，金融の勉強をしていて，複利は等比数列が関係してるようなんだけど，よくわからなくて,,,
A さん：複利って，何？
M さん：「複利」と「単利」というのがあって，「単利」は預けた元本のみに利息が付くのに対して，「複利」は［元本＋利息］に利息が付くんだって。短期ではほとんど差がでないけど，長期だと大きな差になるんだって。

(1) その年に 10,000 円を積み立てると，年末に 5%の利息が付く金融商品があるとする。

① 3 年間単利で積み立てると，元本は 30,000 円になる。3 年間の利息の合計を求めよ。

3 年目 30,000 ×0.05
2 年目 20,000 ×0.05
1 年目 10,000 ×0.05

② 3 年間複利で積み立てるとき，3 年目の利息が付いたあとの［元本＋利息］は $10000(1.05^3+1.05^2+1.05^1)$円となる。これを，$1.05^3=1.16$ として計算せよ。



(2) (1)の金融商品を 10 年間積み立てたとき，単利と複利の利息の差を求めよ。ただし，$1.05^{10}=1.63$ とする。