Math-Aquarium【実力テスト】数学ⅡBC 実力テスト（応用）
出題範囲：図形と方程式，微分と積分，数列，統計的な推測，ベクトル

1 次の問いに答えよ。　　((1)〜(3) 各 10 点, 計 30 点)

(1) 点(4，2)を通り，円 $x^2+y^2=4$ に接する直線の方程式を求めよ。

(2) 直線 $x+y=1$ が円 $x^2+y^2=4$ によって切りとられる弦の長さを求めよ。

(3) x，y が 4 つの不等式 $x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$2x+3y \leqq 25$，$3x+y \leqq 13$ を満たすとき，$x+y$ の最大値と最小値を求めよ。
また，そのときの x，y の値を求めよ。

出題範囲：図形と方程式，微分と積分，数列，統計的な推測，ベクトル

2 $a_1 = 1$，$a_{n+1} = \dfrac{(a_n)^2 + 2n + 1}{a_n + 1}$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

で定義される数列$\{a_n\}$について，次の問いに答えよ。

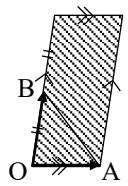
（(1) 9 点，(2) 10 点，計 19 点）

(1) a_2，a_3，a_4 を求めよ。

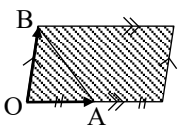
(2) a_n を n で表す式を推測し，それを数学的帰納法で証明せよ。

3 △ABC に対して，$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$とする。実数$s$，$t$が条件 $0 \leqq s \leqq 2$，$0 \leqq t \leqq 1$ を満たしながら動くとき，点 P の存在範囲を示した図を，次の中から選べ。（計 10 点）

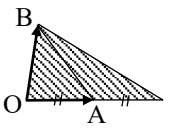
①



②



③



4 今日の対戦相手のピッチャーは，これまでのデータからストレートが全投球の 60%を占めることがわかっている。ところが今日の試合では，初回から 4 回までの 50 球のうちストレートは 23 球であった。今日のストレートの占める割合は 60%より小さいと判断してよいか。有意水準 4%で検定せよ。ただし，50 球はデータとして十分大きいとしてよく，確率変数 Z が標準正規分布 $N(0,\ 1)$に従うとき，$P(Z \leqq -\sqrt{3}) = 0.04$ としてよいものとする。（計 15 点）

5　放物線 $y=-x^2+4$ を C_1 とする。
次の問いに答えよ。
（(1) 6 点，(2) 小問各 10 点，計 26 点）

(1)　C_1 と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

(2)

先生　：右上の図のような原点を通る放物線を C_2 として，C_2 と C_1 で囲まれた部分の面積が(1)の面積の半分になるような C_2 を考えてみよう。

M さん：C_2 は原点を通る放物線だから，その方程式は $y=kx^2$ （k は実数）とおけるね。

A さん：C_1 と C_2 の第 1 象限の交点は C_1 上の点だから，a を正の実数として，$(a,\ -a^2+4)$ とおけるね。

①　C_2 を表す方程式を，A さんが言った a を用いて表せ。

②　C_2 と C_1 で囲まれた部分の面積が，(1)の面積の半分になるような a の値を求めよ。