

出題範囲：複素数と方程式，微分と積分，数列，統計的な推測

1 x の 3 次方程式 $x^3+ax^2+bx-12=0$ の解のうち，1 つは -3 で，他の 2 つの解の和は -8 であるとき，定数 a ， b の値を求めよ。また， -3 以外の 2 つの解を求めよ。(20 点)

2 t を実数として，2 つの関数 $f(x)$ ， $g(x)$ を $f(x)=x^3-6x+t$ ， $g(x)=-x^2-x-2$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1)，(2) 各 15 点，計 30 点

(1) $x \geq 0$ において，つねに $f(x) \geq g(x)$ となる t の値の範囲を求めよ。

(2) $x_1 \geq 0$ ， $x_2 \geq 0$ であるすべての x_1 ， x_2 の組について， $f(x_1) \geq g(x_2)$ となる t の値の範囲を求めよ。

3 数列 $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

について，初項から第 70 項までの和を求めよ。(25 点)

4

M さん：血液型のうち AB 型の割合の，信頼度 95% の調査を頼まれたんだけど，条件が付いていて...

A さん：どんな？

M さん：信頼区間の幅を 6% 以下にしなければいけない。。

A さん：標本の大きさ n が十分大きくて，標本比率が \bar{p} のとき，母比率 p に対する信頼区間は，信頼度 95% では

$$\bar{p} - 1.96 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}} \leq p \leq \bar{p} + 1.96 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}$$

だったね。

M さん：うん。AB 型の割合は 10% としてよい，ってことだから， $\bar{p} = 0.1$ として， n の最小値を求めて，その人数だけ調査をすればよさそうだね。

上の会話文における， n の最小値を求めよ。(25 点)