

1 次の問いに答えよ。 (1)～(3) 各 10 点, 計 30 点)

- (1) 点(4, 2)を通り, 円 $x^2+y^2=4$ に接する直線の方程式を求めよ。
- (2) 直線 $x+y=1$ が円 $x^2+y^2=4$ によって切りとられる弦の長さを求めよ。
- (3) x, y が 4 つの不等式 $x \geq 0, y \geq 0, 2x+3y \leq 25, 3x+y \leq 13$ を満たすとき, $x+y$ の最大値と最小値を求めよ。
また, そのときの x, y の値を求めよ。

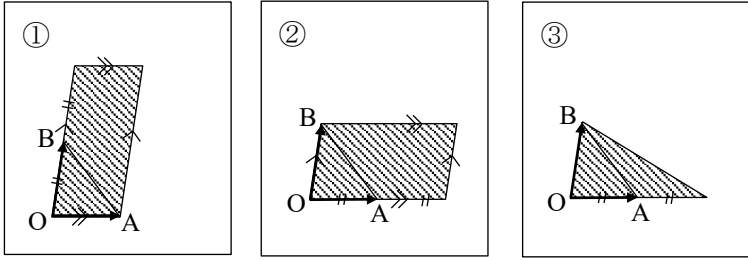
2 $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{(a_n)^2 + 2n + 1}{a_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

で定義される数列 $\{a_n\}$ について, 次の問いに答えよ。

(1) 9 点, (2) 10 点, 計 19 点)

- (1) a_2, a_3, a_4 を求めよ。
- (2) a_n を n で表す式を推測し, それを数学的帰納法で証明せよ。

3 $\triangle ABC$ に対して， $\vec{OP} = s\vec{OA} + t\vec{OB}$ とする。実数 s, t が条件 $0 \leq s \leq 2, 0 \leq t \leq 1$ を満たしながら動くとき，点 P の存在範囲を示した図を，次の中から選べ。(計 10 点)

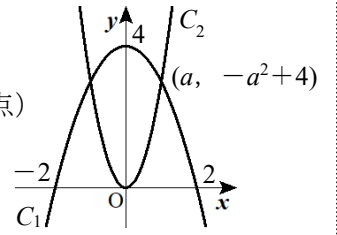


4 今日の対戦相手のピッチャーは，これまでのデータからストレートが全投球の 60% を占めることがわかっている。ところが今日の試合では，初回から 4 回までの 50 球のうちストレートは 23 球であった。今日のストレートの占める割合は 60% より小さいと判断してよいか。有意水準 4% で検定せよ。ただし，50 球はデータとして十分大きいとしてよく，確率変数 Z が標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うとき， $P(Z \leq -\sqrt{3}) = 0.04$ としてよいものとする。(計 15 点)

5 放物線 $y = -x^2 + 4$ を C_1 とする。次の問いに答えよ。

(1) 6 点，(2) 小問各 10 点，計 26 点

(1) C_1 と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。



(2)

先生：右上の図のような原点を通る放物線を C_2 として， C_2 と C_1 で囲まれた部分の面積が (1) の面積の半分になるような C_2 を考えてみよう。

M さん： C_2 は原点を通る放物線だから，その方程式は $y = kx^2$ (k は実数) とおけるね。

A さん： C_1 と C_2 の第 1 象限の交点は C_1 上の点だから， a を正の実数として， $(a, -a^2 + 4)$ とおけるね。

- ① C_2 を表す方程式を，A さんが言った a を用いて表せ。
- ② C_2 と C_1 で囲まれた部分の面積が，(1) の面積の半分になるような a の値を求めよ。