

必要条件・十分条件を深める

1

Hさん：必要条件，十分条件って，難しいわね。

Tくん：うん。内容も難しいし，枠の中に必要，十分，必要十分を入れる問題を解いても，「それで？」ってなる。

Hさん：確かに。

Tくん：何で必要条件，十分条件を勉強するのかな？

Hさん：そういえば，，，何でかしら？先生に聞いてみましょうか。その前に，基本事項を確認しておきましょう。

問題 次の枠を埋めてみよう。

解答

2つの条件 p , q について，

・命題「 $p \Rightarrow q$ 」が真であるとき， q は p であるための **必要** 条件

p は q であるための **十分** 条件

・命題「 $p \Rightarrow q$ 」と「 $q \Rightarrow p$ 」がともに真であるとき，

q は p であるための **必要十分** 条件

p は q であるための **必要十分** 条件であるともいえる。

・命題「 $x=1 \Rightarrow x^2-1=0$ 」は真である。このとき， $x=1$ は $x^2-1=0$ であるための **十分** 条件であるが **必要** 条件ではない。

2

Hさん：先生，必要条件・十分条件って，なぜ勉強するのですか？

Tくん：自分はまだ完璧には判別できないのですが，正確に答えられるようになったとして，何になるのかな～って思います。

先生：ふむふむ。確かにそう思うよな。

大学の数学の教科書には，必要条件，十分条件は何度も出てきて，普通に使われているんだ。そんなこともあって，先生自身は勉強するのが当たり前という感じだったけど，そういえば「なぜ勉強するのか？」という話はしてないな。。

問題 次の枠を埋めてみよう。

また，枠を埋めた後，なぜ必要条件，十分条件を勉強するのかについて話し合ってみよう。

※3の問題文が解答例にもなっているので，3は十分話し合った後に取り組みましょう。

解答

先生：逆から考えてみようか。「 p は q であるための必要条件であるが十分条件ではない」というとき，次の枠は真，偽のどちらが入るだろうか？

Hさん，Tくん：命題「 $p \Rightarrow q$ 」は **偽** ，

命題「 $q \Rightarrow p$ 」は **真** 。

先生：質問の核心部分は，「なぜこういう言い換えをするのか？」ってところだろうね。

例えば，三角形が「二等辺三角形である」ことは「正三角形である」ための **必要** 条件であるが **十分** 条件ではない。このことを命題の真偽に言い換えるとどうなる？

Hさん，Tくん：命題「二等辺三角形である \Rightarrow 正三角形である」は **偽** ，

命題「正三角形である \Rightarrow 二等辺三角形である」は **真** 。

先生：反対にしてみよう。ここが頑張りどころだ！

三角形が「正三角形である」ことは，「二等辺三角形である」ための **十分** 条件であるが **必要** 条件ではない。このことを命題の真偽に言い換えると？

Hさん，Tくん：命題「正三角形である \Rightarrow 二等辺三角形である」は **真** ，

命題「二等辺三角形である \Rightarrow 正三角形である」は **偽** 。

～枠を埋め終わったら，なぜ必要条件，十分条件を勉強するのか？について，話し合ってみよう～

3

先生：2から、何か気付いたことはないかい？

Tくん：正三角形は、二等辺三角形に十分な条件、

二等辺三角形は、正三角形に必要な条件、,, ?

Hさん：私も、それ思った！ 必要とか十分はただの記号のように思ってたけど、さっきの話を聞いたら日本語の必要、十分とつながりました！

先生：それが分かってくれてうれしいよ。

数学的には必要十分条件であることを調べることが大事なので、「これだけでは必要条件というだけであって、まだ十分条件ではない」ということが大学の教科書には頻繁に出てくるんだ。

この条件はあの条件であるための必要条件か？ 十分条件か？ という感覚はこの先非常に大切になってくる。数学Iではその準備運動ってところだな。

Tくん：なぜ勉強するのか、何となく分かりました。

Hさん：私もです。重要な概念ということが理解できましたので、頑張ってマスターしようと思います！

先生：他にも、次のような1つの条件と複数の条件を調べるとき、必要条件、十分条件は便利だ。

問題 次の枠を埋めてみよう。

解答

- ・四角形が「正方形である」ことは、「平行四辺形、長方形、ひし形である」ための **十分** 条件であるが **必要** 条件ではない。
- ・四角形が「平行四辺形である」ことは、「ひし形、長方形、正方形である」ための **必要** 条件であるが **十分** 条件ではない。

コメント 数学IIで学習する恒等式や軌跡、数学IIIの極限などで、必要・十分条件の考えを用いる場合があります。

解法の大まかな流れとしては、問題の条件を満たすいくつかの条件だけを用いてひとまず答えを出し、その答えが問題の条件を過不足なく満たしていることを確認できればO.K.というものです。

学年、あるいは数学の学習が進むにつれて、数学の問題を解いたとき、その答えは必要十分条件になっているか？ という確認が重要になってきます。