

微分と積分

1

関数 $f(x)=x^2-2$ について、次のものを求めよ。

- (1) x の値が -2 から 1 まで変化するときの平均変化率
- (2) $x=-1$ における微分係数
- (3) 曲線 $y=f(x)$ 上の点 $A(t, f(t))$ における接線の傾きが 2 になるときの、 t の値

2

関数 $f(x)=x^2+3x$ を、定義に従って微分せよ。

3

次の関数を微分せよ。

- (1) $y=x^3-3x^2-3x-6$
- (2) $y=(x+2)(x-4)^2$

4

(1) 次の関数 $f(x)$ について、 $x=-3$ における微分係数を求めよ。

- ① $f(x)=2x^2+4x$
- ② $f(x)=x^3+4x^2+x+2$

(2) 直線上を動く物体の t 秒後の位置 $f(t)$ m は、 $f(t)=t^2+3t$ で表される。次のものを求めよ。

- ① 1 秒後から 5 秒後までの平均の速さ
- ② 3 秒後の瞬間の速さ

5

(1) 曲線 $y=x^3+x^2$ 上の点 $(1, 2)$ における接線の方程式を求めよ。

(2) 点 $(1, -1)$ から曲線 $y=x^2+2x$ に引いた接線の方程式を求めよ。

6

(1) 関数 $y=x^3+3x^2-9x-7$ の増減を調べよ。

(2) 次の関数の極値を調べて、グラフをかけ。

- ① $y=-2x^3+x^2+8x$
- ② $y=-3x^3+3x^2-x+1$

7

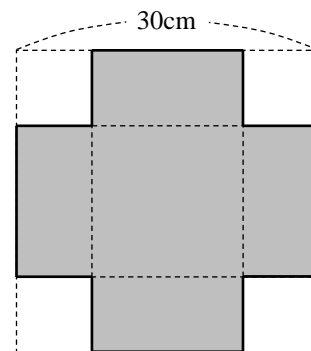
3次関数 $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + 1$ が $x = -\frac{1}{3}$ で極小となり、 $x = 1$ で極大となるとき、定数 a, b の値を求めよ。

8

- (1) 関数 $f(x) = -x^3 + x^2 - 3ax + 2$ が極値をもつとき、定数 a のとり得る値の範囲を求めよ。
 (2) 関数 $f(x) = x^3 + 2ax^2 + 3x - 4$ が極値をもたないような定数 a の値の範囲を求めよ。

9

- (1) 関数 $y = x^3 - 2x^2$ の、区間 $-1 \leq x \leq 2$ における最大値と最小値を求めよ。
 (2) 1辺が 30cm の正方形の厚紙の四隅から同じ大きさの正方形を切り抜いて、ふたのない直方体の箱を作る。このとき、箱の容積を最大にするには、切り抜く正方形の1辺を何 cm にすればよいか。



10

3次方程式 $2x^3 - 6x + a = 0$ が異なる3個の実数解をもつとき、実数 a のとり得る値の範囲を求めよ。

11

$x \geq 0$ のとき、不等式 $x^3 + 80 \geq 3x(x + 8)$ が成り立つことを証明せよ。

12

(1) 次の不定積分を求めよ。

① $\int (2x + 1) dx$ ② $\int (x^2 - 3x - 5) dx$ ③ $\int (2t^2 + 1)(2t - 3) dt$

(2) $f'(x) = 3x^2 - x$, $f(2) = 7$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

13

(1) 次の定積分を求めよ。

① $\int_{-1}^1 (x^2 - 3) dx$

② $\int_0^2 (2t + 1)(4t^2 - 2t + 1) dt$

③ $\int_1^3 x^2(x - 4) dx + 4 \int_1^3 x(x - 1) dx - \int_2^3 x(x + 2)(x - 2) dx$

(2) 等式 $f(x) = 2x^2 + 2x - \int_{-3}^0 f(t) dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

14

等式 $\int_a^x f(t) dt = 3x^2 + 4x + 1$ を満たす関数 $f(x)$ と定数 a の値をそれぞれ求めよ。

15

次の曲線や直線で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(1) $y = 2x^2 + 2x$, x 軸, $x = 1$, $x = 2$

(2) $y = -x^2 + 4$, x 軸

(3) $y = x^2 - 3x + 2$, x 軸

(4) $y = x^2 + 2x + 3$, $y = -2x$

(5) $y = (x + 1)^2$, $y = -x^2 + 5$

16

(1) 曲線 $y = x^3 - 7x + 6$ と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(2) ① 点 $(2, 3)$ から曲線 $y = x^2$ に引いた接線の方程式を求めよ。

② ①で求めた 2 本の接線と曲線 $y = x^2$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。