

複素数と方程式

1 次の計算をせよ。ただし、 i は虚数単位とする。

〈注意〉以後、特に断りがない限り、 i は虚数単位を表すものとする。

(1) $(6-2i)(-3+4i)$ (2) $\frac{\sqrt{-72}}{\sqrt{-8}}$ (3) $\left(\frac{1+2i}{2-i}\right)^2$

2 次の等式を満たす実数 x, y を求めよ。

(1) $(5+2i)x+(2-2i)y=16-2i$ (2) $(3+2i)(2x-yi)=4+7i$

3

(1) 次の2次方程式を解け。

① $3x^2+5x+3=0$

② $\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{4}x-\frac{1}{6}=0$

(2) 次の2次方程式の解の種類を判別せよ。

① $4x^2+12x+9=0$

② $-11x^2+12x-4=0$

(3) 2次方程式 $x^2+2(k-1)x-k^2+3k+1=0$ が重解をもつような定数 k の値と、そのときの重解をすべて求めよ。

4

2次方程式 $2x^2-4x+5=0$ の2つの解を α, β とするとき、次の値を求めよ。

(1) $(\alpha+1)(\beta+1)$

(2) $(\alpha-\beta)^2$

(3) $\alpha^3+\beta^3$

5

(1) 2つの数 $3+5i, 3-5i$ を解にもつ2次方程式を1つ作れ。

(2) 2次方程式 $x^2-2x+5=0$ の2つの解を α, β とするとき、次の2つの数を解にもつ2次方程式を1つ作れ。

① $2\alpha-1, 2\beta-1$

② α^2, β^2

(3) 和が7、積が3である2つの数を求めよ。

6

2次方程式 $x^2-(m+2)x+5=0$ が、異なる2つの正の解をもつように実数 m の値の範囲を定めよ。

7

- (1) 多項式 x^3+1 を $x-2$ で割ったときの余りを求めよ。
- (2) 多項式 $P(x)$ を, $x-2$, $x+1$ で割ったときの余りがそれぞれ -2 , 1 のとき, $P(x)$ を x^2-x-2 で割ったときの余りを求めよ。

8

次の方程式を解け。

- (1) $x^4-3x^2-4=0$
- (2) $x^3+x^2+4=0$

9

- (1) 方程式 $x^3+ax+2=0$ の 1 つの解が $x=2$ であるとき, 実数 a の値を求めよ。また, そのときの他の解を求めよ。
- (2) 方程式 $x^3+ax^2+bx-6=0$ の 1 つの解が $x=1+\sqrt{2}i$ であるとき, 実数 a , b の値を求めよ。また, そのときの他の解を求めよ。