

極限

1

(1) 一般項 a_n が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ の極限を求めよ。

① $-\frac{1}{n}$ ② $\frac{1}{2^n}$ ③ $\frac{1}{2}n(n+1)$ ④ $-n$

(2) 一般項 a_n が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ の収束，発散について調べよ。

① -3^n ② $(-3)^n$ ③ $\sin n\pi$ ④ $\tan \frac{2n-1}{4}\pi$

2

(1) 次の極限を求めよ。

① $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4-9n}{4n+6}$ ② $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n+3}{5n^2-9}$ ③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3}{3n+1}$

④ $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n})$ ⑤ $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 2n} - n)$

(2) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos \frac{n}{2}\pi}{n}$ を求めよ。

3

(1) 次の極限を求めよ。

① $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ② $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{3}\right)^n$ ③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 8}{3^{n+1} - 7}$ ④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n}}{2^n - 3^n}$

(2) 第 n 項が $\frac{r^n - 1}{r^n + 1}$ で表される数列の極限を調べよ。ただし， $r \neq -1$ とする。

4

(1) 次の無限級数の収束，発散について調べ，収束するときはその和を求めよ。

① $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(3n-1)(3n+2)}$ ② $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}}$

(2) 次の無限等比級数の収束，発散について調べ，収束するときはその和を求めよ。

① $\sum_{n=1}^{\infty} 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ② $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^{n-1}$

(3) 循環小数 $2.\bar{8}$ を分数になおせ。

5

- (1) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{3^n} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \right\}$ の収束, 発散を調べ, 収束するときはその和を求めよ。
- (2) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$ は発散することを示せ。

6

- (1) 次の極限值を求めよ。

① $\lim_{x \rightarrow 1} (-x^2 + 2)$ ② $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x}$ ③ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x - 1}$

- (2) 等式 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x+8} + b}{x - 1} = -1$ が成り立つように, 定数 a, b の値を定めよ。

- (3) 次の極限を求めよ。

① $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$ ② $\lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{|x-3|}{x(x-3)}$

- (4) 次の極限は存在するか。存在すればその極限を求めよ。

① $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|}$ ② $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)^2}$

- (5) 次の極限を求めよ。

① $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 3x)$ ② $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 5x^2 + 7}{x^3 + 3}$

③ $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$ ④ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 1} + x)$

7

(1) 次の極限值を求めよ。

① $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x$

② $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x + 4^x}{5^x - 2}$

③ $\lim_{x \rightarrow +0} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{x}$

④ $\lim_{x \rightarrow \infty} \cos \frac{1}{x}$

⑤ $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}\pi+0} \tan x$

(2) 次の極限值を求めよ。

① $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x}$

② $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$

(3) 次の極限值を求めよ。

① $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$

② $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$

8

(1) 関数 $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & (x > 0) \\ x + 1 & (x \leq 0) \end{cases}$ は、 $x = 0$ で連続か。

(2) 方程式 $\log_2(x + 1) - \left(\frac{1}{2}\right)^x = 0$ は区間 $(0, 1)$ において、少なくとも 1 つの実数解をもつことを示せ。