

極限

1

(1) 一般項 a_n が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ の極限を求めよ。

① $-\frac{1}{n}$

② $\frac{1}{2^n}$

③ $\frac{1}{2}n(n+1)$

④ $-n$

(2) 一般項 a_n が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ の収束, 発散について調べよ。

① -3^n

② $(-3)^n$

③ $\sin n\pi$

④ $\tan \frac{2n-1}{4}\pi$

2

(1) 次の極限を求めよ。

① $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 - 9n}{4n + 6}$

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n + 3}{5n^2 - 9}$

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3}{3n + 1}$

④ $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n})$

⑤ $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 2n} - n)$

(2) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos \frac{n}{2}\pi}{n}$ を求めよ。

3

(1) 次の極限を求めよ。

① $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{3}\right)^n$

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 8}{3^{n+1} - 7}$

④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n}}{2^n - 3^n}$

(2) 第 n 項が $\frac{r^n - 1}{r^n + 1}$ で表される数列の極限を調べよ。ただし、 $r \neq -1$ とする。

4

(1) 次の無限級数の収束，発散について調べ，収束するときはその和を求めよ。

①
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(3n-1)(3n+2)}$$

②
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}}$$

(2) 次の無限等比級数の収束，発散について調べ，収束するときはその和を求めよ。

①
$$\sum_{n=1}^{\infty} 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

②
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^{n-1}$$

(3) 循環小数 $2.\bar{8}$ を分数になおせ。

5

- (1) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{3^n} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \right\}$ の収束, 発散を調べ, 収束するときはその和を求めよ。
- (2) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$ は発散することを示せ。

6

(1) 次の極限值を求めよ。

① $\lim_{x \rightarrow 1} (-x^2 + 2)$

② $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x}$

③ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$

(2) 等式 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x+8} + b}{x-1} = -1$ が成り立つように、定数 a, b の値を定めよ。

(3) 次の極限を求めよ。

① $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$

② $\lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{|x-1|}{x(x-3)}$

(4) 次の極限は存在するか。存在すればその極限を求めよ。

① $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|}$

② $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)^2}$

(5) 次の極限を求めよ。

① $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 3x)$

② $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 5x^2 + 7}{x^3 + 3}$

③ $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$

④ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 1} + x)$

7

(1) 次の極限值を求めよ。

① $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x$

② $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x + 4^x}{5^x - 2}$

③ $\lim_{x \rightarrow +0} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{x}$

④ $\lim_{x \rightarrow \infty} \cos \frac{1}{x}$

⑤ $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}\pi + 0} \tan x$

(2) 次の極限值を求めよ。

① $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x}$

② $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$

(3) 次の極限值を求めよ。

① $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$

② $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$

8

(1) 関数 $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & (x > 0) \\ x + 1 & (x \leq 0) \end{cases}$ は, $x = 0$ で連続か。

(2) 方程式 $\log_2(x + 1) - \left(\frac{1}{2}\right)^x = 0$ は区間 $(0, 1)$ において, 少なくとも 1 つの実数解をもつことを示せ。