

## 指数関数・対数関数

**1**

次の計算をせよ。ただし、(2)では  $x > 0$ 、(3)では  $x > 0, y > 0$  とする。

(1)  $9^2 \times \frac{1}{27} \div 3^3$

(2)  $\frac{1}{x^2} \div \sqrt{\frac{1}{x^3}}$

(3)  $\sqrt[4]{x^3 y} \times \sqrt{\frac{y}{x}} \div \sqrt[4]{\frac{y^3}{x}}$

(4)  $\sqrt[3]{-8} \div 4^{0.25}$

**2**

(1)  $x > 0$ ,  $x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} = -2$  のとき,  $x + x^{-1}$  の値を求めよ。

(2)  $x > 0$ ,  $x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}} = 3$  のとき,  $x + x^{-1}$  の値を求めよ。

(3)  $3^x - 3^{-x} = 2$  のとき, 次の値を求めよ。

①  $3^x + 3^{-x}$

②  $3^x$

**3**

次の関数のグラフをかき,  $y = 3^x$  との位置関係を答えよ。

(1)  $y = 3^{x+1}$

(2)  $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$

**4**

(1) 次の 3 数の大小を比較せよ。  $\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[6]{2}}$ ,  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[5]{4}}$ ,  $\frac{\sqrt[6]{2}}{\sqrt[10]{2}}$

(2) 次の 2 数の大小を比較せよ。  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[5]{6}$

5

次の方程式，不等式を解け。

(1)  $4^{x-1} = 2\sqrt{2}$

(2)  $4^{x-1} \geq 2\sqrt{2}$

(3)  $\left(\frac{1}{9}\right)^x < \frac{1}{\sqrt{3}}$

(4)  $8^x - 2^{x+2} = 0$

6

(1) 関数  $y=6 \cdot 3^x - 9^{x+1}$  における最大値を求めよ。

(2)  $y=2(2^x+2^{-x})+4^x+4^{-x}$  とする。 $2^x+2^{-x}=t$  とおくととき， $y$  を  $t$  を用いて表せ。

また，関数  $y$  の最小値を求めよ。

7

(1) 次の対数の値を求めよ。

①  $\log_2 \frac{1}{8}$

②  $\log_3 \sqrt{3}$

(2) 次の式を簡単にせよ。

①  $\log_4 8 - \log_4 2$

②  $\log_{12} 8 + \log_{12} 18$

(3) 次の式を簡単にせよ。

①  $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{4}$

②  $\log_4 9 \cdot \log_3 8$

8

$\log_3 5 = a$ ,  $\log_7 9 = b$  とするとき， $\log_5 7$  を  $a$ ,  $b$  で表せ。

9

次の空欄を埋めよ。

$y = \log_8 4(x-1)^3$  のグラフは， $y = \log_2 x$  のグラフを  $x$  軸方向に ,  $y$  軸方向に  だけ平行移動したグラフである。

10

(1) 次の3数の大小を比較せよ。  $2$ ,  $\log_2 6$ ,  $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{27}$

(2) 次の2数の大小を比較せよ。  $\log_2 3$ ,  $\log_3 4$

11

(1)  $4^{\log_2 \sqrt{2}}$ の値を求めよ。

(2) 次の方程式を解け。

①  $\log_3(x+1) = \log_9(x+3)$

②  $\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^2 = 0$

(3) 次の不等式を解け。

①  $\log_{\frac{1}{3}}(x^2+5) > -2$

②  $\log_2 x + \log_4(x+1) < \frac{1}{2}$

12

(1) 関数  $y = \left(\log_{\frac{1}{9}} x\right)^2 + \log_3 x$  の最小値を求めよ。

(2) 関数  $y = (\log_2 2x) \left(\log_{\frac{1}{4}} x\right)$  の最大値を求めよ。

13

$\log_{10} 2 = 0.3010$  とする。次の問いに答えよ。

(1)  $5^{20}$  は何桁の整数か。

(2)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{25}$  は小数で表すと、小数第何位に初めて0でない数字が現れるか。

研究

$\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  とし,  $N = 6^{20}$  とする。次の問いに答えよ。

(1)  $N$  は何桁の整数か。

(2)  $N$  の最高位の数を求めよ。

(3)  $N$  の一の位の数を求めよ。