

数列

1

(1) 次の数列の一般項 a_n , 初項から第 n 項までの和 S_n をそれぞれ求めよ。

① 初項が 7, 公差が -3 の等差数列

② 初項が 4, 公比が $\frac{1}{2}$ の等比数列

(2) 第 7 項が 5, 第 20 項が -21 である等差数列 $\{a_n\}$ について, 次の問いに答えよ。

① 初項 a , 公差 d を求めよ。

② 初項から第何項までの和が最大となるか。また, その最大値を求めよ。

(3) 等比数列 $\{b_n\}$ について, $\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} = \frac{2}{3}$, $\frac{1}{b_3} + \frac{1}{b_4} = \frac{2}{27}$ が成り立っている。このとき, $\frac{1}{b_5} + \frac{1}{b_6}$ を求めよ。

2

互いに異なる3つの数 x, y, z があり, $x+y+z=3$ を満たしている。 x, y, z はこの順で等差数列をなし, z, x, y はこの順で等比数列をなしている。このとき, x, y, z をそれぞれ求めよ。

3 次の数列の初項から第 n 項までの和を求めよ。

(1) $2, 5, 8, 11, 14, \dots$

(2) $1, 8, 27, 64, 125, \dots$

(3) $1, 1-2, 1-2+4, 1-2+4-8, 1-2+4-8+16, \dots$

4 次の数列の初項から第 n 項までの和を求めよ。

(1) $\frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{2 \cdot 3}, \frac{1}{3 \cdot 4}, \frac{1}{4 \cdot 5}, \frac{1}{5 \cdot 6}, \dots$ (2) $1 \cdot 3, 2 \cdot 9, 3 \cdot 27, 4 \cdot 81, 5 \cdot 243, \dots$

(3) $\frac{1}{1+\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{2}+2}, \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}, \frac{1}{2+\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}, \dots$

5

数列 $5, 55, 555, 5555, 55555, \dots$ の一般項 a_n と、初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

6

初項から第 n 項までの和 S_n と、一般項 a_n が $S_n = a_n + n^2 - n$ という関係を満たしている数列 $\{a_n\}$ の、一般項 a_n を求めよ。

7 1から順にならべた自然数を

$1 | 2, 3 | 4, 5, 6 | 7, 8, 9, 10 | 11, 12, 13, 14, 15 | 16, \dots$

のように、第 n 群に n 個の数を含むように分けた群数列について、次の問いに答えよ。

- (1) 第 10 群の最初の数を求めよ。
- (2) 第 10 群に含まれる数の総和を求めよ。
- (3) 第 n 群に含まれる数の総和を求めよ。

8 $a_1=1, a_{n+1}=3a_n+2n (n=1, 2, 3, \dots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) a_{n+2} を, a_{n+1}, n を用いて表せ。
- (2) $b_n=a_{n+1}-a_n$ とおいて, b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
- (3) b_n を求めよ。
- (4) a_n を求めよ。

- 9 次のことを，数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (1) すべての自然数 n について， n^2+n は偶数である。
 - (2) 2以上のすべての自然数 n について， n^3-n は6の倍数である。