

集合と論理

1

(1) 集合 $A = \{n^2 \mid 0 \leq n \leq 4, n \text{ は整数}\}$ を、要素を書き並べて表せ。また、次の①～⑤から誤っているものをすべて選べ。

- ① $0 \in A$ ② $1 \notin A$ ③ $2 \in A$ ④ $9 \in A$ ⑤ $25 \notin A$

(2) 集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{2n \mid 1 \leq n \leq 3, n \text{ は整数}\}$, $C = \{2, 4, 6\}$, 空集合 ϕ とする。次の①～⑤から正しいものをすべて選べ。

- ① $B \subset A$ ② $A \subset C$ ③ $B = C$ ④ $\phi \subset B$

(3) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ を全体集合とする。 U の部分集合 $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ について、次の集合を求めよ。

- ① $\overline{A \cup B}$ ② $\overline{A \cap B}$ ③ $\overline{A} \cap B$ ④ $A \cup \overline{B}$

2 次の命題の真偽を調べよ。

(1) 実数 a について, $a \geq 1$ ならば $a > 0$

(2) 自然数 m, n について, mn が偶数ならば m, n はともに偶数

3 x, y は実数とする。次の□に当てはまるものを、下の①～④から選べ。

(1) 四角形が長方形であることは、四角形が平行四辺形であるための□。

(2) 四角形が平行四辺形であることは、四角形が長方形であるための□。

(3) xy が無理数であることは、 x, y がともに無理数であるための□。

(4) 「 $x+y<0$ かつ $xy>0$ 」は「 $x<0$ かつ $y<0$ 」であるための□。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

4 n^2 が3の倍数ならば、 n は3の倍数であることを証明せよ。ただし、 n は整数とする。

5 $\sqrt{3}$ が無理数であることを証明せよ。ただし、 n を自然数とすると、 n^2 が 3 の倍数ならば、 n は 3 の倍数であることを用いてよいものとする。